

Roll No.

[2]

D-3227

D-3227

B. A. (Part II) EXAMINATION, 2020

MATHEMATICS

Paper Second

(Differential Equation)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) $P_n(x)$ के लिए रोड्रिग सूत्र का कथन लिखिए तथा सिद्ध कीजिए।

State and prove Rodrigue's formula for $P_n(x)$.

(ब) स्टर्म-ल्यूविल समस्या के सभी आइगेन मानों और आइगेन फलनों को ज्ञात कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0$$

$$y(0) = 0, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

(B-13) P. T. O.

Find all eigen values and eigen functions of the Sturm-Liouville problem :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0$$

$$y(0) = 0, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

(स) सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^\infty e^{-ax} J_0(bx) dx = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Prove that :

$$\int_0^\infty e^{-ax} J_0(bx) dx = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) $L\{7e^{2t} + 9e^{-2t} + 3 \sin t + 5 \cos t - 7t^2 + 8t + 5 \sin 3t + 2\}$

का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of :

$L\{7e^{2t} + 9e^{-2t} + 3 \sin t + 5 \cos t - 7t^2 + 8t + 5 \sin 3t + 2\}$

(ब) हैविसाइड प्रसार सूत्र का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए :

$$L^{-1} \left\{ \frac{p^2 - 6}{p^3 + 4p^2 + 3p} \right\}$$

Evaluate using Heaviside's expansion formula :

$$L^{-1} \left\{ \frac{p^2 - 6}{p^3 + 4p^2 + 3p} \right\}$$

(B-13)

[3]

D-3227

(स) निम्नलिखित अवकल समीकरण को लाप्लास रूपान्तरण विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0; y = 1, Dy = 0 \text{ जब } t = 0 \text{।}$$

Solve the following differential equation using Laplace transform :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0; y = 1, Dy = 0 \text{ when } t = 0.$$

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$z = px + qy + p^2 + q^2$$

Solve by Charpit's method :

$$z = px + qy + p^2 + q^2$$

(ब) निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को लैग्रांज विधि से हल कीजिए :

$$(mz - ny) p + (nx - lz) q = ly - mx$$

Solve the following Partial differential equation using Lagrange's method :

$$(mz - ny) p + (nx - lz) q = ly - mx$$

(स) पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए :

$$(x + y)(p + q)^2 + (x - y)(p - q)^2 = 1$$

Find complete integral :

$$(x + y)(p + q)^2 + (x - y)(p - q)^2 = 1$$

(B-13) P. T. O.

[4]

D-3227

इकाई—4
(UNIT—4)

4. (अ) हल कीजिए :

$$p + r + s = 1$$

Solve :

$$p + r + s = 1$$

(ब) हल कीजिए :

$$r - 2s + t = \delta_m (2x + 3y)$$

Solve :

$$r - 2s + t = \delta_m (2x + 3y)$$

(स) समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ का वर्गीकरण कीजिए तथा हल कीजिए।

Classify the equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ and solve it.

इकाई—5
(UNIT—5)

5. (अ) निम्न फलनक के चरम का परीक्षण कीजिए :

$$I[y(x)] = \int_0^1 (y'^2 + y' + 1) dx$$

$$y(0) = 1$$

$$y(1) = 2.$$

Test the extremals of the following functional :

$$I[y(x)] = \int_0^1 (y'^2 + y' + 1) dx$$

$$y(0) = 1$$

$$y(1) = 2.$$

(B-13)

[5]

D-3227

(ब) वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ और सरल रेखा $x + y = 4$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the circle $x^2 + y^2 = 1$ and straight line $x + y = 4$.

(स) जैकोबी प्रतिबंध लिखिए।

State Jacobi condition.

D-3227

(B-13)