

Roll No. ....

**D–3126**

**B. A. (Part I) EXAMINATION, 2020**

**(New Course)**

MATHEMATICS

Paper Second

**(Calculus)**

*Time : Three Hours ]*

*[ Maximum Marks : 50*

**नोट :** प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

**इकाई—1**

**(UNIT—1)**

1. (अ)  $\epsilon - \delta$  तकनीक के प्रयोग से सत्यापित कीजिये कि :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x^2 + x - 6)}{(x - 2)} = 10, x \neq 2$$

Solve by  $\epsilon - \delta$  technique :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x^2 + x - 6)}{(x - 2)} = 10, x \neq 2$$

**(A-99) P. T. O.**

[ 2 ]

D-3126

(ब) यदि :

$$y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$$

तो सिद्ध कीजिये कि :

$$x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$$

$$\text{तथा } x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2+1) y_n = 0$$

If :

$$y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$$

then prove that :

$$x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$$

$$\text{and } x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2+1) y_n = 0$$

(स) सिद्ध कीजिये कि :

$$e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{3} - \frac{2^2 x^4}{4} - \frac{2^2 x^5}{5} + \frac{2^3 x^7}{7} + \dots$$

Prove that :

$$e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{3} - \frac{2^2 x^4}{4} - \frac{2^2 x^5}{5} + \frac{2^3 x^7}{7} + \dots$$

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) वक्र :

$$x^3 - 2y^3 + xy(2x-y) + y(x-1) + 1 = 0$$

की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve :

$$x^3 - 2y^3 + xy(2x-y) + y(x-1) + 1 = 0$$

(A-99)

[ 3 ]

D-3126

(ब) सिद्ध कीजिये कि वक्र  $y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$  के किसी बिन्दु  $(x, y)$  पर वक्रता त्रिज्या  $\left(\frac{y^2}{a}\right)$  है।

Prove that the radius of curvature at any point  $(x, y)$  ofthe curve  $y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$  is  $\left(\frac{y^2}{a}\right)$ .(स) वक्र  $xy^2 = 4a^2(2a-x)$  का अनुरेखण कीजिये।Trace the curve  $xy^2 = 4a^2(2a-x)$ .

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ)  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{4+5\sin x}$  का मान ज्ञात कीजिए।Find the value of  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{4+5\sin x}$ .(ब) वृत्त  $x^2 + y^2 = a^2$  का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।Find the whole area of circle  $x^2 + y^2 = a^2$ .

(स) दर्शाइये कि :

$$\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{(1+x^2)} dx = \frac{\pi}{8} \log 2$$

Show that :

$$\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{(1+x^2)} dx = \frac{\pi}{8} \log 2$$

(A-99) P. T. O.

[ 4 ]

D-3126

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) अवकल समीकरण को हल कीजिये :

$$(1 + y^2) dx + (x - \tan^{-1} y) dy = 0$$

Solve the differential equation :

$$(1 + y^2) dx + (x - \tan^{-1} y) dy = 0.$$

- (ब) निम्नलिखित वक्र-कुल के लम्बकोणीय संछेदी ज्ञात कीजिये :

$$r = a(1 + \cos \theta)$$

जहाँ  $a$  प्राचल है।

Find the orthogonal trajectory of the following family of curves :

$$r = a(1 + \cos \theta)$$

where  $a$  is parameter.

- (स) हल कीजिये :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x.$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिये :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = x$$

[ 5 ]

D-3126

Solve by the method of variation of parameter :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = x$$

- (ब) युगपत अवकल समीकरणों को हल कीजिये :

$$\frac{dx}{dt} = x - 2y$$

$$\frac{dy}{dt} = 5x + 3y$$

Solve the simultaneous differential equations :

$$\frac{dx}{dt} = x - 2y$$

$$\frac{dy}{dt} = 5x + 3y$$

- (स) स्वतंत्र चर को परिभाषित करके निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिये :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + \frac{a^2}{x^4} y = 0$$

Define independent variable and solve the following differential equation :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + \frac{a^2}{x^4} y = 0$$

D-3126

(A-99)

(A-99)