

Roll No.

D-3228**B. A. (Part II) EXAMINATION, 2020**

MATHEMATICS

Paper Third

(Mechanics)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक इकाई से कोई दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any two questions from each Unit. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) l लम्बाई की एक समांग डोरी के दोनों सिरों को एक ही क्षैतिज समतल में स्थित दो बिन्दुओं A तथा B से बाँधकर लटकाया गया है। इस प्रकार कि किसी भी सिरों का तनाव, डोरी के निम्नतम बिन्दु पर तनाव का n गुना है। दिखाइये कि इस प्रकार बनी कैटिनरी AB की विस्तृति :

$$\frac{l}{\sqrt{n^2 - 1}} \log \left(n + \sqrt{n^2 - 1} \right)$$

होगी।

A uniform chain of length l is to be suspended from two points A and B in the same horizontal line so that either terminal tension is n times that at the lowest point. Show that the span of catenary AB must be :

$$\frac{l}{\sqrt{n^2 - 1}} \log \left(n + \sqrt{n^2 - 1} \right)$$

- (ब) एक संधित चतुर्भुज (jointed quadrilateral) की विपरीत भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को l तथा l' लम्बाइयों की भारहीन छड़ों से जोड़ा जाता है। यदि इन छड़ों में तनाव क्रमशः T तथा T' हो, तब सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{T}{l} + \frac{T'}{l'} = 0$$

The middle points of opposite sides of a jointed quadrilateral are connected by light rods of length l and l' . If T and T' be the tensions in these rods, prove that :

$$\frac{T}{l} + \frac{T'}{l'} = 0$$

- (स) दो बराबर तथा समांग छड़ों को एक-एक सिरों से दृढ़तापूर्वक इस प्रकार जोड़ा गया है कि उनके बीच का कोण α है। इन्हें r त्रिज्या वाले एक स्थिर गोले के ऊपर एक ऊर्ध्वाधर समतल के साम्यावस्था में रखा गया है। सिद्ध कीजिए कि इसका साम्य स्थाई अथवा अस्थायी होगा यदि छड़ की लम्बाई $>$ अथवा $< 4r \operatorname{cosec} \alpha$ है।

Two equal uniform rods are firmly jointed at one end so that the angle between them is α and they rest in equilibrium in a vertical plane on a smooth sphere of radius r . Show that they are in a stable or unstable

equilibrium according as the length of the rod is $>$ or $< 4r \operatorname{cosec} \alpha$.

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) दो बल क्रमशः सरल रेखाओं $y = 0, z = 0$ तथा $x = 0, z = c$ पर क्रिया करते हैं। यदि बल परिवर्तनीय हों, तब दिखाइए कि उनके तुल्य रेंच (मरोड़) के अक्ष द्वारा जनित पृष्ठ $(x^2 + y^2)z = cy^2$ है।

Two forces act, one along a line $y = 0, z = 0$ and the other along the line $x = 0, z = c$. As the forces vary, show that the surface generated by the axis of their equivalent wrench is $(x^2 + y^2)z = cy^2$.

- (ब) निम्नलिखित को समझाइए :

- (i) प्वाइंसाट का केन्द्रीय अक्ष
(ii) शून्य समतल
(iii) शून्य बिन्दु

Explain the following :

- (i) Poinsot's central axis
(ii) Null plane
(iii) Null point

- (स) दृढ़ पिण्ड पर लगने वाले बल निकाय के केवल एक परिणामी बल के तुल्यता के प्रतिबन्ध की व्युत्पत्ति कीजिए।

Derive the condition that a given system of forces should be compounded into single force.

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) एक सरल आवर्त गति कर रहे कण का आवर्तकाल व बारम्बारता ज्ञात कीजिए।

Find out the periodic time and frequency of a particle moving under simple harmonic motion.

- (ब) सिद्ध कीजिए कि प्रक्षेप्य पथ एक परवलय होता है।

Prove that projectile path is a parabola.

- (स) एक स्थिर मूलबिन्दु से खींची गई त्रिज्य रेखा और उसके अनुप्रस्थ दिशा में किसी कण के वेग क्रमशः λr तथा $\mu\theta$ हैं। कण के पथ का समीकरण ज्ञात कीजिए तथा दिखाइए कि कण का त्वरण

त्रिज्य दिशा में तथा अनुप्रस्थ दिशा में क्रमशः $\lambda^2 r - \frac{\mu^2 \theta^2}{r}$ तथा

$$\mu\theta \left(\lambda + \frac{\mu}{r} \right) \text{ है।}$$

Two velocities of a particle, along and perpendicular to the radius from a fixed origin are λr and $\mu\theta$, find the path and show that the accelerations, along and perpendicular to the radius vector are $\lambda^2 r - \frac{\mu^2 \theta^2}{r}$ and

$\mu\theta \left(\lambda + \frac{\mu}{r} \right)$.

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) यदि v_1 व v_2 ग्रह के रैखिक वेग हैं जबकि वह सूर्य के निकटतम व दूरस्थ है। सिद्ध कीजिए कि :

$$(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$$

e उत्क्रेन्द्रता है।

If v_1 and v_2 are the linear velocities of a plane, when it is in least and greatest distance from sun. Prove that :

$$(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$$

e is the eccentricity.

[5]

D-3228

- (ब) स्पर्शीय तथा अभिलांबिक वेग व त्वरण का सूत्र व्युत्पन्न कीजिए।

Derive formula for tangential and normal velocity and acceleration.

- (स) एक मनका एक रुख वक्राकार तार पर इस प्रकार गतिमान है कि इसकी दिशा में परिवर्तन अचर कोणीय वेग से होता है। दिखाइए कि वक्र का संभावित रूप एकसमान कोणिक सर्पिल का होगा।

A bead moves along a rough curved wire in such a way that it changes its direction of motion with constant angular velocity. Show that possible form of a wire is an equiangular spiral.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) त्रिविमीय आयाम में कण का कार्तीय, ध्रुवीय व बेलनीय रूपों में त्वरण ज्ञात कीजिए।

Find acceleration of a particle in cartesian, polar and cylindrical forms in three dimensions.

- (ब) एक कण आकाश में अचर गुरुत्वाकर्षण के प्रभाव में ऐसे माध्यम में गिरता है जिसमें प्रतिरोध बल उसके वेग के वर्ग के समानुपाती है। कण की गति की विवेचना कीजिए।

A particle falls under constant gravity in a resisting medium whose resistance varies as the square of the velocity. Discuss the motion of the particle.

(A-100)

[6]

D-3228

- (स) गोलाकार वर्षा की एक बूँद, मुक्त रूप से गिरते हुए प्रत्येक क्षण में अपने आयतन में उस समय के अपने पृष्ठ क्षेत्रफल का λ गुना वृद्धि प्राप्त करती है। t समय पश्चात् उसका वेग ज्ञात कीजिए तथा इस समय में गिरी दूरी ज्ञात कीजिए।

A spherical raindrop, falling freely receives in each instant an increase of volume equal to λ times its surface at that instant. Find the velocity after the time t and the distance fallen through in that time.

D-3228

(A-100)