

Roll No.

E-3568

B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2021

(New Course)

MATHEMATICS

Paper First

(Algebra and Trigonometry)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक इकाई से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any *two* parts from each Unit. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) प्रारम्भिक संक्रियाओं की सहायता से आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

P. T. O.

Find the inverse of matrix with the help of elementary operations :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

- (ब) आव्यूह A को प्रसामान्य रूप में बदलिए और इसकी जाति तथा शून्यता ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Reduce the matrix A into its normal form and find the rank and nullity of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

- (स) दर्शाइये कि आव्यूह :

$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$$

के आइगेन मान ± 1 हैं। संगत आइगेन सदिशों को ज्ञात कीजिए।

Show that the eigen values of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix}$$

are ± 1 . Find the corresponding eigen vectors.

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) क्या समीकरणों का निम्नलिखित निकाय :

$$2x - 3y + z = 0$$

$$x + 2y - 3z = 0$$

$$4x - y + 2z = 0$$

एक उभयनिष्ठ शून्येतर हल रखता है ?

Does the following system of equations :

$$2x - 3y + z = 0$$

$$x + 2y - 3z = 0$$

$$4x - y + 2z = 0$$

possess a common non-zero solution ?

(ब) वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल :

$$x^4 + 3x^3 - 6x^2 + 2x - 4 = 0$$

के मूलों के व्युत्क्रमों के दुगुने हैं।

Find the equation whose roots are the double of the reciprocal of the roots of the equation :

$$x^4 + 3x^3 - 6x^2 + 2x - 4 = 0$$

(स) कार्डन विधि से हल कीजिए :

$$9x^3 + 6x^2 - 1 = 0$$

Solve by Cardon's method :

$$9x^3 + 6x^2 - 1 = 0$$

$$\text{इकाई—3}$$

(UNIT—3)

3. (अ) यदि $f : X \rightarrow Y$ तथा A और B समुच्चय Y के दो उपसमुच्चय हैं, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$$

If $f : X \rightarrow Y$ and A and B are two subsets of Y, then prove that :

$$f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$$

- (ब) दर्शाइये कि दो उपसमूहों का संघ एक उपसमूह होता है यदि और केवल यदि एक दूसरे में अंतर्विष्ट है।

Show that union of two subgroups is a subgroup if and only if one is contained in the other.

- (स) किसी उपसमूह के दो दक्षिण सहसमुच्चय या तो विसंघीय या सर्वसम होते हैं।

Any two right cosets of a subgroup are either disjoint or identical.

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) एक अनन्त चक्रीय समूह पूर्णाकों के योज्य समूह से तुल्यकारी होता है। सिद्ध कीजिए।

An infinite cyclic group is isomorphic to the additive group of integers. Prove.

- (ब) वलय R के एक अरिक्त उपसमुच्चय S को R का एक उपवलय होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध यह है कि :

(i) $S + (-S) = S$

(ii) $SS \subseteq S$

The necessary and sufficient conditions for a non-empty subset S of a ring R to be a subring of R are :

(i) $S + (-S) = S$

(ii) $SS \subseteq S$

- (स) प्रत्येक क्षेत्र अनिवार्यतः एक पूर्णाकीय प्रान्त होता है। सिद्ध कीजिए।

Every field is necessarily an integral domain. Prove.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) यदि $x + \frac{1}{x} = 2\cos\theta$, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$x^n + \frac{1}{x^n} = 2\cos n\theta$$

तथा $x^n - \frac{1}{x^n} = 2i\sin n\theta$ ।

If $x + \frac{1}{x} = 2\cos\theta$, then prove that :

$$x^n + \frac{1}{x^n} = 2\cos n\theta$$

and $x^n - \frac{1}{x^n} = 2i\sin n\theta$.

(ब) सिद्ध कीजिए कि :

$$\log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{ix}{2}\right) = i \tan^{-1}(\sinh x)$$

Prove that :

$$\log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{ix}{2}\right) = i \tan^{-1}(\sinh x)$$

(स) सिद्ध कीजिए कि :

$$\sin^8 \theta = \left(\frac{1}{2}\right)^7 (\cos 8\theta - 8\cos 6\theta + 28\cos 4\theta - 56\cos 2\theta + 35)$$

Prove that :

$$\sin^8 \theta = \left(\frac{1}{2}\right)^7 (\cos 8\theta - 8\cos 6\theta + 28\cos 4\theta - 56\cos 2\theta + 35)$$