

Roll No. ....

**E-3627**

**B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2021**

**(Old Course)**

**MATHEMATICS**

**Paper First**

**(Algebra and Trigonometry)**

*Time : Three Hours ]*

*[ Maximum Marks : 50*

नोट : प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

**(UNIT—1)**

1. (अ) यदि :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 - 3i & 3 + 5i \\ 2 + 3i & 5 & i \\ 3 - 5i & -i & 7 \end{bmatrix}$$

तो सिद्ध कीजिए कि  $\bar{A}$  हर्मिटीयन आव्यूह है।

**P. T. O.**

If :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 - 3i & 3 + 5i \\ 2 + 3i & 5 & i \\ 3 - 5i & -i & 7 \end{bmatrix}$$

then prove that  $\bar{A}$  is Hermitian matrix.

(ब) केवल प्रारम्भिक पंक्ति संक्रियाओं के उपयोग के द्वारा ही आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।}$$

Using only elementary row operations, find the inverse of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(स) आव्यूह :

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

के आइगेन मानों को ज्ञात कीजिए तथा संगत आइगेन सदिशों का निर्धारण भी कीजिए। संगत आइगेन समष्टियों को भी लिखिए।

Determine the eigen values and the corresponding eigen vectors of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Also find the corresponding eigen spaces.

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह विधि की प्रारम्भिक संक्रियाओं द्वारा हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1.$$

Solve the following equations with the help of elementary operations of matrix method :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1.$$

- (ब) बहुपदों :

$$f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 2$$

और 
$$g(x) = x^3 - x^2 - x - 2$$

का महतम उभयनिष्ठ भाजक ज्ञात कीजिए।

Find the g. c. d. of the polynomials :

$$f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 2$$

and 
$$g(x) = x^3 - x^2 - x - 2$$

- (स) कार्डन विधि से निम्नलिखित द्विघात समीकरण को हल कीजिए :

$$35x^3 - 18x^2 + 1 = 0$$

Solve by Cardon's method the following cubic equation :

$$35x^3 - 18x^2 + 1 = 0$$

इकाई—3

## (UNIT—3)

3. (अ) सिद्ध कीजिए कि यदि  $f : A \rightarrow B$  एकैकी आच्छादक हो, तो  $f^{-1} : B \rightarrow A$  भी एकैकी आच्छादक होगा।

Prove that if  $f : A \rightarrow B$  is one-one onto, then  $f^{-1} : B \rightarrow A$  is one-one onto.

- (ब) सिद्ध कीजिए एक समूह का एक परिमित उप-सामिसमूह एक समूह है।

Prove that a finite sub-semigroup of a group is a group.

- (स) फर्मा प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Fermat's theorem.

इकाई—4

## (UNIT—4)

4. (अ) परिमित कोटि  $n$  के जनक सहित एक चक्रीय समूह  $G$  इकाई के  $n, n$ वें मूल के गुणत्मक समूह से तुल्यकारी होता है। सिद्ध कीजिए।

A cyclic group  $G$  with generator of finite order  $n$  is isomorphic to multiplicative group of  $n, n$ th roots of unity. Prove.

- (ब) सिद्ध कीजिए कि एक वलय  $R$  शून्य भाजक रहित है यदि और केवल यदि  $R$  में निरसन नियम सत्य हैं।

Prove that a ring  $R$  is without zero divisors if and only if the cancellation laws hold in  $R$ .

- (स) कैली प्रमेय लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Cayley's theorem.

इकाई—5

## (UNIT—5)

5. (अ) यदि  $n$  कोई धन पूर्णांक है, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\left( \frac{1 + \sin \phi + i \cos \phi}{1 + \sin \phi - i \cos \phi} \right)^n = \cos \left( \frac{n\pi}{2} - n\phi \right) + i \sin \left( \frac{n\pi}{2} - n\phi \right)$$

If  $n$  is any positive integer, then prove that :

$$\left( \frac{1 + \sin \phi + i \cos \phi}{1 + \sin \phi - i \cos \phi} \right)^n = \cos \left( \frac{n\pi}{2} - n\phi \right) + i \sin \left( \frac{n\pi}{2} - n\phi \right)$$

(ब) यदि  $A + iB = C \tan x + iy$ , तो सिद्ध कीजिए :

$$\tan 2x = \frac{2CA}{C^2 - A^2 - B^2}$$

If  $A + iB = C \tan x + iy$ , then prove that :

$$\tan 2x = \frac{2CA}{C^2 - A^2 - B^2}$$

(स) यदि  $x > 0$  सिद्ध कीजिए कि :

$$\tan^{-1} x = \frac{\pi}{4} + \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{3} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \dots$$

If  $x > 0$ , then prove that :

$$\tan^{-1} x = \frac{\pi}{4} + \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{3} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \dots$$