

Roll No.

E-3629

B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2021

(Old Course)

MATHEMATICS

Paper Third

(Vector Analysis and Geometry)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : इस प्रश्नपत्र में पाँच इकाइयाँ हैं। प्रत्येक इकाई में तीन भाग हैं। प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

This paper has five Units. Each Unit has three parts. Solve any *two* parts of each Unit. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) सिद्ध कीजिए :

$$[lmn][abc] = \begin{vmatrix} l.a & l.b & l.c \\ m.a & m.b & m.c \\ n.a & n.b & n.c \end{vmatrix}$$

P. T. O.

Prove that :

$$[lmn][abc] = \begin{vmatrix} l.a & l.b & l.c \\ m.a & m.b & m.c \\ n.a & n.b & n.c \end{vmatrix}$$

(ब) यदि :

$$a = \sin \theta i + \cos \theta j + \theta k$$

$$b = \cos \theta i - \sin \theta j - 3k$$

$$c = 2i + 3j - k$$

है, तो मान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{d}{d\theta} \{a \times (b \times c)\},$$

$\theta = 0$ पर।

If :

$$a = \sin \theta i + \cos \theta j + \theta k$$

$$b = \cos \theta i - \sin \theta j - 3k$$

$$c = 2i + 3j - k$$

find :

$$\frac{d}{d\theta} \{a \times (b \times c)\},$$

at $\theta = 0$.

(स) दर्शाइये कि :

$$\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$$

Show that :

$$\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$$

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) यदि :

$$r(t) = 5t^2i + tj - t^3k$$

तो दर्शाइये कि :

$$\int_1^2 r \times \frac{d^2r}{dt^2} dt = -14i + 75j - 15k .$$

If :

$$r(t) = 5t^2i + tj - t^3k$$

show that :

$$\int_1^2 r \times \frac{d^2r}{dt^2} dt = -14i + 75j - 15k .$$

(ब) मूल्यांकन कीजिए :

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

जहाँ $\mathbf{F} = x^2y^2\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ तथा वक्र C , $y^2 = 4x$ xy -समतल में $(0, 0)$ से $(4, 4)$ तक है।

Evaluate :

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

where $\mathbf{F} = x^2y^2\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ and the curve C is $y^2 = 4x$ in the xy -plane from $(0, 0)$ to $(4, 4)$.

(स) ग्रीन प्रमेय के उपयोग से मान ज्ञात कीजिए :

$$\oint_C [(x+2y)dx + (y+3x)dy]$$

जहाँ C एक वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ है।

Use Green's theorem in plane to evaluate :

$$\oint_C [(x+2y)dx + (y+3x)dy]$$

where C is the circle $x^2 + y^2 = 1$.

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) शांकव का अनुरेखण कीजिए :

$$21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 151 = 0$$

Trace the conic :

$$21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 151 = 0$$

- (ब) सिद्ध कीजिए कि संनाभि शांकव एक-दूसरे को समकोण पर काटते हैं।

Prove that, confocal conics cut at right angles.

- (स) शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ का किसी बिन्दु 'α' पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

To find the equation of the tangent at the point 'α' of the conic :

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta.$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) दी गई सरल रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए तथा न्यूनतम दूरी की सरल रेखा का समीकरण भी ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$$

तथा $\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5} \mid$

Find the shortest distance between the lines :

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$$

and
$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$$

and the equations of the lines of shortest distance.

(ब) वृत्त का केन्द्र तथा त्रिज्या ज्ञात कीजिए :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 8z - 45 = 0$$

$$x - 2y + 2z = 3.$$

Find the centre and radius of the circle :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 8z - 45 = 0$$

$$x - 2y + 2z = 3.$$

(स) दिये गये समीकरण से लंबवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसकी त्रिज्या 2 तथा अक्ष का समीकरण :

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$$

है।

Find the equation of the right circular cylinder whose radius is 2 and axis is the line :

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}.$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) दिये गये शांकवज का स्पर्श तल का समीकरण बिन्दु (α, β, γ) पर ज्ञात कीजिए : $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ ।

Find equation of tangent plane at (α, β, γ) to the conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$.

- (ब) अतिपरवलयज :

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$$

के बिन्दु $(1, 2, -3)$ से जाने वाले जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए ।

Find the equation of generating lines of the hyperboloid :

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$$

which pass through the point $(1, 2, -3)$.

- (स) निम्नलिखित समीकरण को प्रामाणिक रूप में निगमित कीजिए :

$$2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy + 6x + 12y - 6z + 5 = 0.$$

Reduce the equation to the standard form :

$$2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy + 6x + 12y - 6z + 5 = 0.$$